Pierre Rousselot

REALISME DE VOL ET EFFET D'ECHELLE

Vous savez tous que, si l'échelle d'une maquette est le 1/5, ses dimensions sont divisées par 5. Mais pour le reste ? Et en particulier pour la vitesse de vol : un micro-trottoir révèlerait que 98 % des personnes interrogées répondent : il faut la diviser par l'échelle ; mais doit-on faire voler nos maquettes en fonction des sondages ?
De même, on peut lire, dans de nombreux articles : "En l'air, le modèle est d'un réalisme saisissant" ou bien "la vitesse de vol est très réaliste". Qu'est-ce que cela veut dire ?
Le problème devient plus sérieux encore lors des concours de maquettes, car les juges doivent apprécier le "réalisme de vol". Comment font-ils ? Ont-ils vu voler les "vrais" ?
Rappelons qu'il est très difficile d'apprécier la vitesse de vol d'un modèle évoluant seul car sa taille, la distance à laquelle il passe, et l'angle suivant lequel il est vu, influencent notre jugement, lequel est parfaitement subjectif.
De toute manière, on a beau réfléchir au problème et le retourner dans tous les sens, on en arrive toujours à la même conclusion que je résumerai en disant :
Imaginons deux avions de même dimension, un Dewoitine 520 et un Robin, faisant tous deux 10 m d'envergure ; au 1/5, ils feront 2 m et il y a gros à parier qu'ils pèseront le même poids et seront équipés sensiblement du même moteur : le Robin volerait à la même vitesse que le Dewoitine.
On peut parfaitement admettre que le D520 vole, seul, à cette vitesse, mais, si nous les imaginons en patrouille, il serait parfaitement ridicule de qualifier son vol de "réaliste".

Dans les pages qui suivent, j'ai bien peur de devoir employer quelques formules mathématiques. Elles sont indispensables car nos objets technologiques en général, et nos modèles en particulier obéissent à des lois physiques aussi vieilles que le Big-Bang qui créa notre monde et les autres : Newton a reçu sur la tête une des pommes qu'Adam n'avait pas mangées, et nous ne pouvons pas y échapper, à l'une comme à l'autre d'ailleurs.

Que ceux d'entre vous qui ne sont pas matheux ou physiciens sautent donc ces formules ; je sais qu'ils me font confiance pour les conclusions qui en seront tirées.

Les effets de l'échelle

Les effets de la réduction des dimensions d'un prototype quelconque (avion, bateau, moteur, barrage, etc...) sont extrêmement complexes. Leurs compréhensions et leurs analyses demandent des connaissances assez grandes de la physique et des sciences de l'ingénieur en général, et en particulier de :

L'analyse dimensionnelle

C'est l'étude de la forme générale des équations physiques, qui sont des relations entre différentes grandeurs.
Elle permet de s'assurer que ces équations sont exprimées d'une manière indépendante des unités de mesure.
Pour cela, elle définit les phénomènes en fonction de certains produits dits "sans dimensions". Pour rester dans un domaine qui nous est familier, les coefficients de traînée et de portance Cx et Cz sont sans dimensions, car ils ont la même valeur, quelque soit le système de mesure des grandeurs ayant servi à les mesurer.
Il en de même du nombre de Reynolds.

Dimensions des grandeurs physiques

Dans un tableau joint, nous donnons les définitions des différentes grandeurs sur lesquelles nous allons examiner les effets de l'échelle, ainsi que leurs dimensions en fonction des grandeurs de base, ceci pour les matheux car, dans le cours de cet article, nous allons procéder par des explications pas à pas.

Similitude et modèles

L'analyse dimensionnelle ayant défini des produits "sans dimensions", ceux-ci doivent ne pas varier, autrement dit être constants, quelles que soient les dimensions du modèle.

Une similitude complète est toutefois rarement possible. Par exemple, pour un corps évoluant dans un fluide, deux produits sans dimension sont :

$$\text{Nombre de Reynolds} = \boldsymbol{R} = \frac{VL\rho}{\mu}$$

ou V = vitesse, L = longueur du corps, dans le sens de l'écoulement, ρ = masse volumique du fluide, et μ = viscosité dynamique du fluide.

$$\text{Nombre de Froude} = \boldsymbol{F} = \frac{V^2}{Lg}$$

où g est l'accélération de la pesanteur.

Si l'on désire les respecter tous les deux, on trouve une seule échelle qui satisfasse au problème, c'est l'échelle 1 ! En effet, V et L varient en sens inverse pour $\boldsymbol{R}$ constant, et dans le même sens pour $\boldsymbol{F}$ constant.

La similitude restreinte est donc seulement envisageable. Par exemple, pour nos modèles, il est exclu de conserver le nombre de Reynolds puisque on diminue à la fois les vitesses et les longueurs. Sauf à les faire évoluer dans l'eau dont la masse volumique est 1 000 fois plus forte que celle de l'air !

Similitude cinématique

La cinématique est l'étude des relations espace-temps. L'expression "similitude cinématique" signifie donc "similitude des mouvements. Ce cas nous intéresse et nous pensons, intuitivement qu'il s'applique à nos maquettes.
On est conduit, dans ce système, à diviser la vitesse par l'échelle E, le poids par E^4, la puissance par E^5.
L'encadré, page 41, démontre amplement que ce système n'est pas homogène et conduit à des résultats aberrants.

Méthode de calcul

Nous sommes donc conduits à n'envisager que la similitude restreinte, en respectant le nombre de Froude, qui devra donc rester constant.
Mais, sachant que le nombre de Reynolds ne peut être respecté, il faudra faire ensuite les corrections qui s'imposent, et ce sera l'objet de la deuxième partie de cet article.
Pour nous y reconnaître, appelons E l'inverse de l'échelle du modèle, soit E = 5 pour le 1/5.

Les longueurs

Là, nous avons déjà vu qu'il n'y a pas de problème ; un avion de 10 m d'envergure fera, au 1/5, 2 m ; toutes les autres dimensions suivent ; sauf celles du pilote qui ne peut plus s'installer au manche et doit donc rester sur le plancher des vaches.

Facteur d'échelle des longueurs = E

Soit, pour l'échelle 1/5 :
Chasseur : 10 à 12,5 m/5 : 2 à 2,5 m
Avion de tourisme : 9 à 10 m/5 : 1,8 à 2 m
Stampe (biplan) : 8,40 m/5 = 1,70 m
Planeur ASW 17 : 20 m/5 = 4 m

Les surfaces

C'est surtout celle qui porte qui nous intéresse ! Toute surface est une longueur multipliée par une autre longueur ; en l'occurrence l'envergure et la corde moyenne, sont toutes les deux divisées par E, ce qui donne :

Facteur d'échelle des surfaces : E × E = E²

Soit, pour le 1/5, il faut diviser les surfaces par 5 × 5 = 25 ; ce qui donne :
Chasseur, 16 à 30 m²/25 : 0,64 à 1,2 m² = 64 à 120 dm².
Avion de tourisme, 10 à 15 m²/25 : 0,4 à 0,6 m² = 40 à 60 dm².
Stampe, 18 m²/25 : 0,72 m² = 72 dm²
Planeur ASW 17 = 15 m²/25 : 0,60 m² = 60 dm²

Au passage, rappelons que la portion d'aile comprise dans le fuselage doit être comptée (corde d'emplanture × largeur du fuselge), et aussi que le stabilisateur n'est pas une surface portante, mais stabilisatrice, sauf sur les avions de formule canard où il cumule les deux fonctions.

Grandeur	Symbole	Dimensions
Longueur	l	L
Surface	s	L^2
Volume	Ω	L^3
Masse	m	M
Temps	t	T
Vitesse	V	LT^{-1}
Accélération	γ ou g	LT^{-2}
Force, poids	F	MLT^{-2}
Masse volumique	ρ	ML^{-3}
Viscosité dynamique	μ	$ML^{-1}T^{-1}$
Puissance	P	ML^2T^{-3}
Charge alaire	F/S	$ML^{-1}T^{-2}$
Poids/puissance	F/P	$L^{-1}T$

Les vitesses

Puisqu'il faut que nous respections au moins le nombre de Froude, celui-ci va nous donner immédiatement la solution :
$F = V^2/Lg$ ne doit pas varier.
L est divisé par E, nous l'avons vu.
g, invariable, est l'accélération de la pesanteur ; elle agit effectivement sur nos modèles de deux façons :
— le poids du modèle est sa masse multipliée par g ;
— l'air perturbé par le passage du modèle est également pesant ; si l'air ne pesait rien, il n'y aurait ni portance ni traînée.

Le dénominateur de la fraction est donc divisé par E ; pour que F soit invariable, il faut que le numérateur, V², soit également divisé par E, ce qui nous conduit à , puisque $(\sqrt{E})^2 = E$:

Facteur d'échelle des vitesses = √E

La vitesse doit être divisée par la racine carrée de l'échelle.
Pour l'échelle 1/5 par exemple, il faut diviser la vitesse de vol du vrai par $\sqrt{5} = 2,236$, ce qui donne, en vitesse de croisière :
Chasseur 39/45, 350 à 500 km/h : 157 à 285 km/h.
Tourisme moderne, 200 à 240 km/h : 90 à 108 km/h.
Stampe, 160 km/h/2,236 : 72 km/h.
Planeur ASW 17 : 160/2,236 = 72 km/h.

Ne nous étonnons pas trop du résultat obtenu pour le chasseur car ces avions avaient un rapport poids/puissance étonnant, nous verrons plus loin le calcul de la puissance.

Je voudrais citer une anecdote : je recevais, il y a quelque temps, M. Klauss H. Krebs, auteur du parachutiste Hugo paru dans MRA, et il me parlait de la maquette de son Messerchmitt 109, qu'il avait piloté il y a plus de quarante ans ; la maquette faisait 1,70 m, pesait 4 kg et était équipée d'un 15 cm³ deux temps. Comme je m'étonnais de la puissance de ce moteur et de la difficulté de piloter une telle machine, il me répondit, avec son accent germanique : Ach ! Komme sur le frai ! Il krimpe à la fertikale et le tékollache est très télikat !

Les accélérations

L'accélération est exprimée, c'est une loi physique incontournable, par une longueur divisée par l'unité de temps élevée au carré, par exemple m./s² ou m/s × s. Retenons donc :

Accélération = longueur/temps × temps

D'autre part, une vitesse est une longueur parcourue dans un temps donné et est exprimée par une longueur divisée par l'unité de temps ; par exemple, km/h ou m/s.

vitesse = longueur/temps

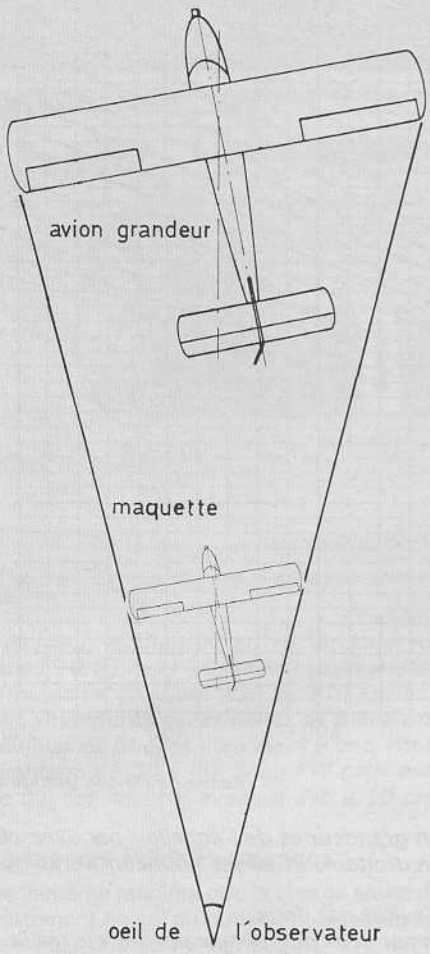
V étant divisé par √E et L par E, cela nous indique que le temps doit être divisé par √E.
Tout se passe donc comme si il y avait une contraction du temps qui passerait ainsi plus vite.
Revenons à la définition de l'accélération pour constater que la fraction qui la définit est divisée au numérateur (longueur) et au dénominateur (temps × temps) par E, ce qui fait qu'elle ne change pas :

Facteur d'échelle des accélérations = 1

La maquette est donc soumise aux mêmes accélérations que l'avion grandeur.
Ce résultat est fort logique, car il ne serait pas normal que l'accélération soit identique quant à la pesanteur et différente quant au reste, voir l'encadré.
Une conséquence importante est que les maquettes, puisqu'elles sont plus légères, présentent moins d'inertie et ont des mouvements et des réactions plus vives, en l'air comme au sol : adieu donc pour le réalisme de vol, au moins pour ce point là, et même pour les bons pilotes.
Les cinéastes qui utilisent des maquettes pour simuler les vrais avions le savent bien : ils les filment en multipliant la vitesse de défilement du film par √E ce qui a comme conséquence, à la projection, de ralentir les mouvements.
Ainsi l'avion tressaute moins vite sur les inégalités du sol, et il effectue des mouvements moins rapides à la suite des actions sur les gouvernes et sous les rafales de vent.

La vitesse ne doit pas être divisée par l'échelle

Imaginons l'œil d'un observateur, contemplant le mouvement d'un prototype et de son modèle au 1/5e, se déplaçant 5 fois plus près de l'observateur.
Les images des deux objets volants restent toujours confondues.



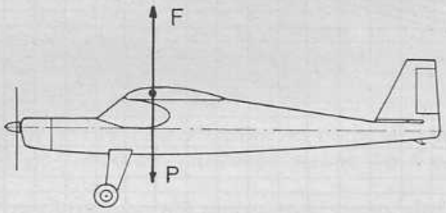
Appelons E le facteur de division, ici 5, le dessin n'étant pas à l'échelle, il a juste valeur d'exemple !
Les longueurs sont divisées par E.
Les vitesses sont divisées par E puisque le temps est le même, le modèle parcourant sa longueur dans le même temps que le prototype.
V = L/T donne 1 pour le rapport des temps. Les accélérations γ = V/T sont donc dans le rapport E.
Examinons ce qui se passe pour la force de sustentation,
ou force de portance :

$$F = \frac{1}{2}\rho\, SCz\, V^2$$

1/2 ρ Cz est invariable puisqu'il s'agit du même air et d'une réduction exacte du prototype. La surface de l'aile variant comme le carré des longueurs, F varie comme E × E × E × E soit E^4. La force de portance, donc le poids du modèle, doit être divisée par la puissance 4 de l'échelle.
Dans ce système, les masses doivent donc varier suivant E^3 puisque :

Force = masse × accélération

et que les accélérations varient suivant E.
Examinons maintenant l'équilibre de l'avion en vol horizontal :



F varie suivant E^4, nous l'avons vu.
P varie suivant la masse, puisque g, accélération de la pesanteur est invariable, donc suivant E^3. Nous avons donc affaire ici à un système non homogène puisque F et P, qui doivent être égales ou opposées, varient suivant deux lois différentes, E^4 et E^3.

Cela suffit à détruire le mythe suivant lequel on doit diviser la vitesse par l'échelle.
De plus, si les 2 avions évoluent en descente verticale, ils sont soumis à la même accélération, celle de la pesanteur ; pourquoi le rapport des accélérations devrait-il varier suivant les figures ?

Et encore, si nous faisons un calcul sur les puissances, nous trouvons, sachant que

Puissance = force × vitesse

un rapport d'échelle de E^5.
Pour un avion de tourisme de 10 m d'envergure, 12 m² de surface, 200 cv, pesant 1 000 kg et volant à 200 km/h :

Envergure : 10/5 = 2 m
Surface alaire : 48 dm²
Poids : 1 000/625 = 1,6 kg
Charge alaire : 33 g/dm²
Vitesse = 200/5 = 40 km/h
Puissance = 200/3125 = 0,064 cv
On obtient là un modèle qui, même en doublant la puissance pour tenir compte du faible rendement de l'hélice et du nombre de Reynolds, serait équipé d'un 1,5 cm³.
Cela ne me paraît pas très représentatif du comportement d'un avion de tourisme ; effectivement, en divisant les accélérations par l'échelle, on obtient un modèle peu nerveux !

Enfin, faisons confiance à Burt Rutan, le génial concepteur des Vari-Viggen, Vari-Eze et Voyager :
Il étudie actuellement, pour le compte de l'USAF, la maquette volante d'un avion de transport de 23,38 m d'envergure, motorisé par 2 × 2 800 cv et pesant de 20 500 à 24 500 kg. D'après le raisonnement précédent, la maquette, faisant 14,48 m d'envergure, donc à l'échelle 1/1,614, devrait peser 3 315 kg (moyenne) et être motorisée par 2 × 256 cv. Or, la maquette pèsera 5 900 kg et aura 2 × 850 cv.

Les poids

Il n'est pas très facile d'expliquer quel est son facteur de réduction ; il faudrait d'ailleurs dire "masse" et non poids, car ce dernier est une force qui varie avec la pesanteur du lieu où l'on pèse la masse en question ; mais, comme la pesanteur ne change pas avec l'échelle, cela n'influe pas sur le résultat, tout au moins tant que nous restons sur notre bonne vieille planète

Considérons l'expression de la vitesse de vol d'un avion, en fonction de son poids P, de sa surface alaire S, et du coefficient de portance Cz auquel fonctionne son aile, K étant un coefficient dépendant des unités employées et de la masse volumique de l'air :

$$V = K\sqrt{\frac{P}{S \times Cz}}$$

Nous savons déjà que V et S varient en fonction de, respectivement $\sqrt{E}$, et E^2.
Nous savons aussi que Cz varie, à cause du nombre de Reynolds, mais, pour l'instant, nous le supposons invariable, voir le paragraphes "similitude complète" et "similitude restreinte".

Il saute donc aux yeux que P doit varier comme le cube de l'échelle (E × E × E = E^3) pour qu'il reste E sous la racine carrée.

Facteur d'échelle des poids : E^3

Donc, pour l'échelle 1/5, il faut diviser les poids par 5 × 5 × 5 = 125, ce qui donne :
Chasseurs : 2 000 à 5 000 kg/125 = 16/40 kg
Avion de tourisme : 1 000 kg/125 = 8 kg
Stampe : 750 kg/125 = 6 kg
Planeur : ASW 17 : 500 kg/125 = 4 kg
Nous savons bien qu'il nous sera impossible de respecter ces poids ; voyons cela en examinant :

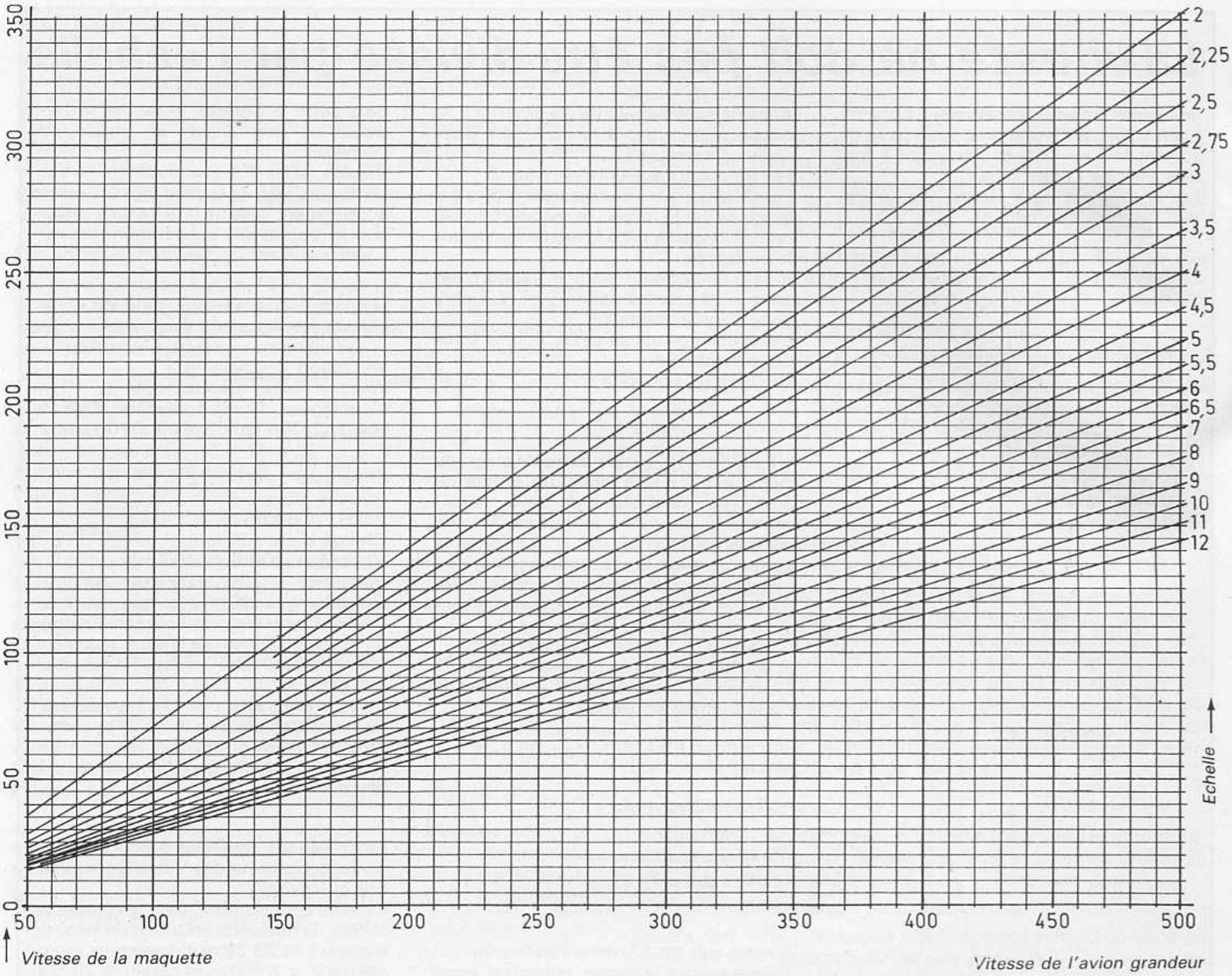
La charge alaire

La charge alaire se calcule en divisant le poids par la surface alaire, deux grandeurs dont le facteur d'échelle est E^3 et E^2, ce qui nous donne : E^3/E^2 = E.

Facteur d'échelle de la charge alaire : E

Donc, pour l'échelle 1/5, il faut diviser la charge alaire par 5, ce qui donne :

EFFET D'ECHELLE



Abaque permettant de trouver la vitesse de la maquette en fonction de celle de l'avion grandeur et de l'échelle : par exemple, pour 400 km/h et pour l'échelle 1/4, repérer la ligne verticale 400, remonter jusqu'à la droite 4, et suivre l'horizontale jusqu'à la gauche, ce qui donne 200 km/h.
Pour des vitesses plus grandes que 500 km/h, les diviser par deux, et multiplier le résultat par deux.
Pour des vitesses inférieures à 250, et pour une plus grande précision, multiplier la vitesse par deux puis diviser par deux le résultat.

Chasseur, 150 à 190 kg/m²/5 = 30 à 38 kg/m² = 300 à 380 g/dm²
Avion de tourisme, 80 kg/m²/5 = 16 kg/m² = 160 g/dm²
Stampe, 41 kg/m²/5 = 8,3 kg/m² = 83 g/dm²
ASW 17, 33,3 kg/m² = 6,6 kg/m² = 66 g/dm²
Bien sûr, on lève immédiatement les bras au ciel car on sait, par expérience que ces maquettes seraient quasi impilotables. D'où cela vient-il ?

Sans dévoiler la deuxième partie de cet article, nous pouvons dire que, comme chacun le sait, les caractéristiques aérodynamiques se détériorent quand les dimensions et les vitesses de vol diminuent, ce qui va nous contraindre à ne pas respecter certains facteurs définis ici.

Pour être à peu près complets, il nous reste à parler des puissances ; allons-nous encore avoir des surprises ?

La puissance

La puissance se définit par un travail effectué pendant un temps donné ; un travail étant une force (ou poids) déplacée sur une certaine distance. Nous avons donc :

Puissance = Poids × longueur/temps

Nous connaissons les facteurs d'échelle de toutes ces données, et il est donc facile de déduire :

Facteur d'échelle des puissances : $E^3 \times \sqrt{E}$

Reprenons nos exemples précédents.
Pour E = 5, $E^3 \times \sqrt{E} = 5 \times 5 \times 5 \times 2{,}24 = 280$
Chasseur : 900 à 2 000 CV/280 = 3,25 à 7,2 CV
Avion de tourisme : 200 CV/280 = 0,72 CV
Stampe : 160 CV/280 = 0,57 CV

Comment interpréter ceci ?
D'abord, avec prudence, car les puissances des moteurs des avions à faible altitude ne sont pas toujours connues, les puissances "au décollage" n'étant pas très souvent, des puissances pouvant être tenues en continu.
Ensuite parce que nous l'avons vu quand le nombre de Reynolds diminue, le coefficient de traînée, Cx augmente ce qui nécessite une puissance plus grande que celle que le seul facteur d'échelle ne le laisse prévoir.
Et enfin, parce que le rendement de nos petites hélices tournant très vite est notablement inférieur à celui des avions grandeur.

Voici deux maquettes au 1/6, un Jodel Abeille et un FW 190 D9, dont les caractéristiques respectives sont, pour les vrais : envergures 10,27 m et 10,51 m ; puissances 180 et 1 600 cv ; surfaces alaires 16,6 et 18,3 m² ; poids moyen 900 et 4 000 kg ; vitesses de croisière 235 et 470 km/h.
Les envergures et les surfaces d'aile étant très voisines, les maquettes seront équipées, pour une même échelle, de moteurs semblables et elles voleraient à une vitesse quasiment égale ; l'une, du moins, ne serait pas réaliste, même si nous donnons un avantage de 30 à 40 % au FW pour son faible maître couple et son train rentrant. Le Jodel au 1/6 devrait croiser à 96 km/h, ce qui est faisable avec un 7,5 à 10 cm³, mais le FW devrait atteindre 192 km/h, avec 6 fois la puissance du Jodel.

Le rapport Poids/Puissance

De la même manière que la charge alaire donne une idée du comportement en vol d'un modèle, le rapport poids/puissance donne une idée des performances.
Nous connaissons déjà les facteurs d'échelle des poids et de la puissance, qui sont E^3 et $E^3 \times \sqrt{E}$
Si nous divisons l'un par l'autre, nous obtenons :

Facteur d'Echelle du rapport Poids/Puissance = $1/\sqrt{E}$

Pour l'échelle 1/5, nous obtenons 1/2,236 = 0,447. Le rapport Poids/Puissance de la maquette sera donc toujours plus grand que celui de l'original.
Chasseur : 4,97 à 5,59 kg/cheval
Avion de tourisme : 11,2 kg/cheval
Stampe : 10,5 kg/cheval

La réalité

Un Dewoitine 520 de 2 m d'envergure devrait, s'il était *dynamiquement* semblable au vrai, voler à 160 km/h en croisière, peser 16 kg et être équipé d'un moteur de 3,25 CV.

Ce que nous voyons sur les terrains nous incite à penser que, en fait, un modèle normal pèserait 7 à 8 kg, serait équipé d'un moteur de 1,5 à 2 CV et volerait à 100/120 km/h environ, en vitesse de pointe.

Nous verrons donc, le mois prochain, dans quels sens il faut modifier ces facteurs d'échelle pour tenir compte de la réalité, c'est-à-dire du coefficient de viscosité dynamique de l'air, et les enseignements pratiques que l'on peut en tirer.

P.R.

Coefficients de division

Longueurs	**E**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**	**12**
Surfaces	E^2	4,000	9,000	16,00	25,00	36,00	49,00	64,00	81,00	100,0	121,0	144,0
Vitesses	$\sqrt{E}$	1,414	1,732	2,000	2,236	2,449	2,645	2,828	3,000	3,162	3,316	3,464
Poids	E^3	8,000	27,00	64,00	125,0	216,0	343,0	512,0	729,0	1000	1331	1728
Puissances	$E^3 \times \sqrt{E}$	11,31	46,76	128,0	279,5	529,1	907,5	1448	2187	3162	4414	5986
Poids/puissance	$1/\sqrt{E}$	0,707	0,577	0,5	0,447	0,408	0,378	0,354	0,333	0,316	0,302	0,289

Pierre Rousselot ______________________________ *REFLEXION*

REALISME DE VOL ET EFFET D'ECHELLE

Deuxième partie : l'effet d'échelle modifié par la viscosité de l'air

Le mois dernier, nous avons vu que, pour une échelle donnée, les poids, vitesses et puissances des maquettes devaient être divisés par des nombres bien précis, pour qu'elles soient dynamiquement semblables à l'original. Les résultats obtenus diffèrent assez sensiblement de la réalité constatée sur les terrains. Pour quelles raisons ?

Lorsqu'on diminue à la fois la vitesse et les dimensions d'un corps se déplaçant dans un fluide, les coefficients qui caractérisent les conséquences de ce déplacement se modifient. Voyons cela plus précisément en examinant :

Les effets de la viscosité dynamique de l'air

C'est le physicien Osborne Reynolds qui a étudié et quantifié ces effets, et il a défini le nombre de Reynolds, **R**, dont nous avons parlé dans la première partie de cet article.
La viscosité de l'air fait que, au voisinage de la surface des corps en déplacement, l'air est entraîné sur une certaine épaisseur (notion de couche limite).
Cet entraînement consomme de l'énergie, dont l'importance relative varie suivant les dimensions du corps et la vitesse de déplacement.
Si on utilise les unités mètre/seconde et mètre :

$$Re = 70\,000 \times V \times L$$

V étant la vitesse de déplacement et L la longueur du corps.
Par exemple, l'aile d'un modèle faisant 0,25 m de corde et volant à 72 km/h (20 m(s), fonctionne à un nombre de Reynolds de :

$$70\,000 \times 0{,}25 \times 20 = 350\,000$$

Puisque l'on divise la vitesse par $\sqrt{E}$ et la corde par E, le nombre de Reynolds est divisé par $E \times \sqrt{E}$.

Facteur d'échelle des Reynolds $= E \times \sqrt{E} = (E)^{1{,}5}$.

Par exemple, pour $E = 5$, $E \times \sqrt{E} = 11{,}2$.

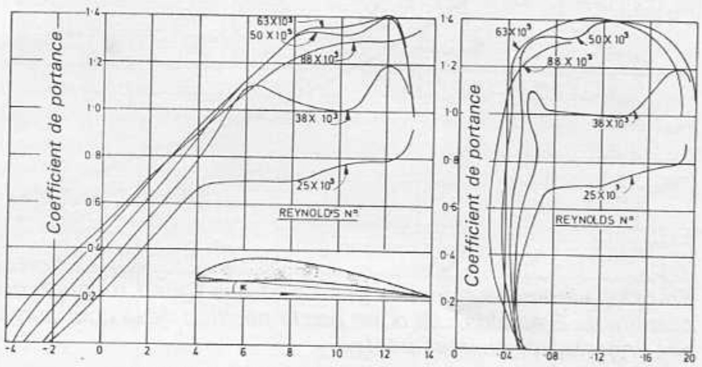
Cela a, pour nos modèles, des conséquences sur leur :

Traînée et portance

En effet, lorsque le nombre de Reynolds diminue, le coefficient de traînée, Cx, augmente, et le coefficient de portance, Cz, diminue, ce qui, en plus des facteurs d'échelle mathématiques dont nous avons déjà parlé, va nous obliger à faire des corrections, forcément pifométriques malgré les mesures faites par les aérodynamiciens.
En effet, les modifications de ces coefficients ne sont pas les mêmes suivant les profils, les formes des fuselages, les rugosités de surface.
Tout ce que nous savons de façon sûre c'est, qu'à l'échelle 1, il n'y a pas de variation du Cx et du Cz ; et encore, j'oublie l'influence du peintre qui a plus ou moins bien filtré la peinture !

La traînée

Le coefficient de traînée d'un modèle est la somme de plusieurs coefficients liés à :
– La forme du corps (fuselage, profil de l'aile, appendices divers).
– Les états de surfaces de ces éléments.
– La portance de l'aile.



Effets du nombre de Reynolds sur le profil Isaacson 64009 : on voit bien, avec leur diminution, la dégradation des coefficients de portance et de traînée.
A gauche, portance en fonction de l'angle d'attaque ; à droite, la polaire (documents MARP).

Ce n'est donc pas simple et chaque maquette est un cas particulier, d'autant plus que le non respect du profil de l'original vient encore introduire une inconnue supplémentaire.
Nous sommes donc obligés de nous arrêter sur une valeur des variations, forcément inexacte, mais que nous pouvons considérer comme un ordre de grandeur.

Jean Champenois, dans le mra 482, a fait un examen minutieux de ce qui a été publié sur le sujet. Le coefficient de traînée Cx augmente quand le nombre de Reynolds diminue.

J'ai adopté, pour la variation du Cx en fonction du nombre de Reynolds, une courbe tracée en gras, qui conduit a :

$$\text{Variation du Cx} = \frac{1}{(\text{variation de Re})^{0{,}18}}$$

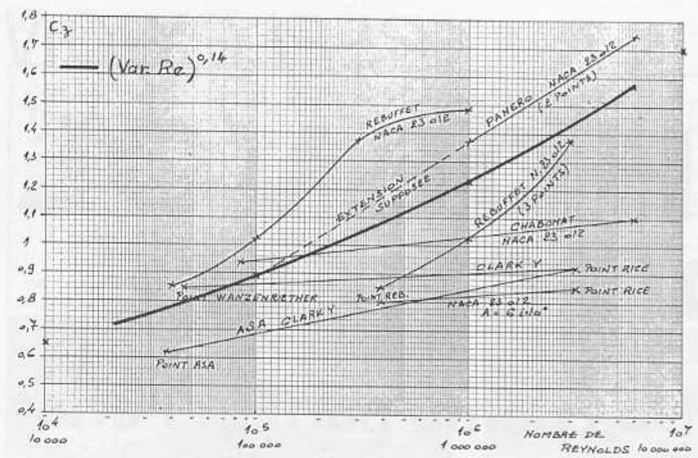
soit $(1/E^{1{,}5})^{0{,}18} = 1/(E)^{1{,}5 \times 0{,}18}$.

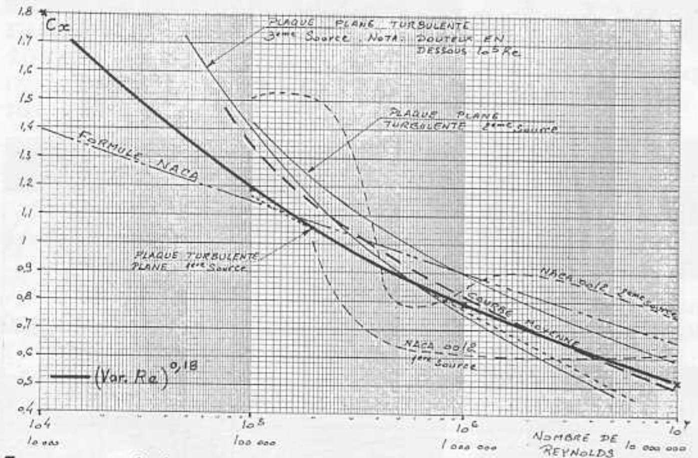
Facteur de correction des Cx $= 1/(E)^{0{,}27}$

Pour l'échelle 5, nous devons donc diviser le Cx par : $1/(5)^{0{,}27} = 1/1{,}544 = 0{,}647$ ou le multiplier par 1,544.

La portance

Le coefficient de portance Cz, diminue en même temps que le nombre de Reynolds.
Toujours en nous référant au travail de Jean Champenois, nous constatons que ses variations sont un peu moins importantes que celles du Cx.
Or il s'agit là du coefficient maximum de portance, et l'on peut dire que c'est une situation atteinte peu souvent par la maquette.
En fait, il faut penser que, si le vol d'un avion se déroule à des Cz très divers, il faut toujours garder une marge de sécurité, par rapport au décrochage, identique en proportion pour la maquette et l'avion réel.





En gras, variations retenues des Cz et des Cx en fonction du nombre de Reynolds ; ce n'est pas la position de la courbe qui est importante, mais sa pente.

Il faut donc réduire le Cz, durant tout le vol, à l'image de la réduction du Cz maximum.
Nous proposons donc :
Facteur de correction des Cz = (variations de Re)^{0,14}.
Comme nous l'avons fait pour le Cx, calculons le facteur de corrections des Cz en fonction de l'échelle, sachant que le facteur des Reynolds est $(E)^{1,5}$.
Nous obtenons : $((E)^{1,5})^{0,14} = (E)^{1,5 \times 0,14} = (E)^{0,21}$.

Facteur de correction des Cz = $(E)^{0,21}$

Pour l'échelle 5, par exemple, nous devons diviser les Cz par $(5)^{0,21} = 1,402$.

Les vitesses

Le mois dernier, nous avons vu que le respect du nombre de Froude F nous donnait un résultat qu'il faut respecter impérativement.
Le facteur d'échelle des vitesses, soit $\sqrt{E}$, n'est donc pas modifié par les variations du nombre de Reynolds.

Les poids

Rappelons la formule qui donne la vitesse de vol en fonction du poids, de la surface de l'aile et du Cz auquel fonctionne l'aile :

$$V = k\sqrt{\frac{P}{S \times Cz}}$$

Elle nous montre que, si nous voulons respecter V, il faut impérativement que nous diminuions P artificiellement *puisque* Cz diminue, du fait du nombre de Reynolds plus faible, pour que la maquette vole à des angles d'attaque raisonnables.
Le facteur d'échelle des poids étant E^3, et le facteur de correction des Cz étant $(E)^{0,21}$, nous obtenons le facteur corrigé suivant : $E^3 \times E^{0,21} = E^{3,21}$.

Facteur d'échelle corrigé des poids = $(E)^{3,21}$

Pour l'échelle 5, les poids doivent donc être divisés par $(5)^{3,21} = 175$ et non plus par $(5)^3 = 125$.
Les exemples pris dans la première partie de cet article deviennent donc :

Chasseurs : 2 000 à 5 000 kg/175 = 11,5 à 28,6 kg.
Tourisme : 1 000 kg/175 = 5,7 kg.
Stampe : 750 kg/175 = 4,3 kg.
Planeur ASW17 : 500 kg/175 = 2,85 kg.

Ces résultats se rapprochent assez de ce que l'on voit sur les terrains, les chasseurs restant lourds, à l'image des vrais, dont les pilotes étaient triés sur le volet.

Un avion de tourisme de 2 m d'envergure et pesant 5,7 kg est parfaitement réaliste. Par exemple, le Robin 2000 de Robbe, au 1/6, mesure 1,70 m et pèse 5 kg.

La charge alaire

On peut la calculer en divisant le poids corrigé par la surface de l'aile, ou bien on peut faire le calcul direct.
Facteur d'échelle E × $(E)^{0,21} = (E)^{1,21}$.

Facteur d'échelle corrigé de la charge alaire = $(E)^{1,21}$

Les puissances

Il résulte, de sa définition, que la puissance nécessaire à la propulsion d'un avion est proportionnelle à son coefficient de traînée Cx.
Le facteur d'échelle de la puissance étant $E^3 \times \sqrt{E}$, ou $(E)^{3,5}$, et le facteur de correction des Cx étant $1/(E)^{0,27}$, nous obtenons : $(E)^{3,5}/(E)^{0,27} = (E)^{3,23}$.
D'autre part, il faut tenir compte de ce que le rendement des hélices diminue fortement lorsqu'elles sont petites et qu'elles tournent vite.
Les rendements des hélices des avions grandeur varient de 0,75 à 0,85.
Celui des hélices des modèles réduits varie de 0,55 à 0,6. Ce qui donne un rapport de 1,5 environ.
On pourrait moduler de la façon suivante :
— 1,4 : maquette d'avion d'amateur, hélice à pas fixe.
— 1,5 : avion de tourisme, hélice à pas fixe.
— 1,6 : avion équipé d'une hélice à pas variable.
Pour tenir compte du moins bon rendement des hélices de nos modèles nous devons augmenter la puissance, donc réduire $(E)^{3,23}$, en le divisant par 1,5, ou en le multipliant par 0,667.

Facteur corrigé de la puissance = 0,667 × $(E)^{3,23}$

Pour l'échelle 5, nous obtenons $(5)^{3,23} = 181$ et 181/1,5 = 121 en tenant compte du rendement de l'hélice, au lieu de $(5)^{3,5} = 280$.
Ce qui nous donne :
Chasseurs : 900 à 2 000 cv/121 = 7,5 à 16,5 cv.
Tourisme : 200 cv/121 = 1,65 cv.
Stampe : 160 cv/121 = 1,32 cv.
Le planeur : il n'a pas de moteur, mais il le trouve en piquant, comme une automobile qui descend une côte, moteur arrêté. On peut donc prévoir qu'il chutera beaucoup plus vite et qu'il sera moins fin que son aîné.
Ces résultats sont bien homogènes avec les vitesses de vols vues dans la première partie :
Une maquette de Robin de 2 m, équipée d'un 15 cm³ délivrant 1,5 à 1,8 cv vole aux alentours de 100 km/h.
Pour un chasseur de 2 m, nul doute qu'il faudrait bien 7,5 cv et plus pour atteindre une vitesse représentative des 350/500 km/h du vrai, soit 157 à 223 km/h.
En effet, en admettant que poids, surface et traînée soit égaux à ceux du Robin, la vitesse étant multipliée par 2, la puissance doit être multipliée par 7 ; (1).

La finesse

Bien évidemment, elle se détériore avec la diminution du nombre de Reynolds, puisque son expression est Cz/Cx.
Pour un planeur, ou un avion dont on a coupé le moteur, elle donne la pente de la trajectoire, donc la distance que l'on peut parcourir à partir d'une certaine hauteur, pour un régime de vol donné.
Son facteur de correction est $(E)^{0,21}/1/(E)^{0,27}$, soit

Facteur de correction de la finesse = $(E)^{0,48}$

Attention, cela ne veut pas dire que la finesse maximum doit être divisée par ce facteur, car le maximum du rapport Cz/Cx n'est pas forcément situé au même endroit, sur la polaire de la maquette et sur celle de l'avion grandeur.

Cela veut simplement dire que, si le rapport des vitesses est $\sqrt{E}$, la finesse est alors divisée par ce facteur.

La finesse donne également un renseignement important, elle indique la valeur de la force de traction nécessaire pour faire avancer un avion, volant à cette finesse là.

En effet : finesse $= \frac{Cz}{Cx} = \frac{\text{Portance}}{\text{Traînée}} = \frac{\text{Poids}}{\text{Traction}}$

d'où traction = poids/finesse.

Vérifions nos calculs, en posant l'égalité des facteurs d'échelle corrigés :

$$(E)^{3-0,27} = (E)^{3,21}/(E)^{0,48}, \text{ soit } E^{2,73} = E^{2,73}$$

Facteurs simplifiés

Il est bien évident que tous les calculs qui précèdent ne peuvent qu'être approximatifs, à cause des simplifications et/ou des méconnaissances des phénomènes réels.

Je propose donc de légères modifications qui feront faire moins de calculs ; les modélistes connaisseurs et outillés peuvent reprendre les valeurs "exactes".

Nous aurions donc :

Grandeur	Facteur d'échelle	Facteurs simplifiés
Longueurs	E	E
Surfaces	E^2	E^2
Vitesses	$(E)^{0,5}$ ou $\sqrt{E}$	$(E)^{0,5}$
Finesse	$(E)^{0,48}$	$(E)^{0,5}$
Poids	$(E)^{3,21}$	$(E)^{3,22}$
Puissance	$(E)^{3,23}$	$(E)^{3,22}$
Charge alaire	$(E)^{1,21}$	$(E)^{1,22}$

Rêvons un peu

Imaginons que ce papier tombe sous les yeux d'un juge maquette et soit porté à la connaissance de nos responsables nationaux... On pourrait alors, par une mesure de vitesse, quantifier le "réalisme de vol" de chaque appareil et non plus se fier aux seules impressions.

Bien sûr, il ne faudrait pas faire n'importe quoi et bien définir :

— la vitesse retenue pour le vrai, par exemple la vitesse par rapport au niveau du sol, en croisière rapide, à 75 % de la puissance : V croisière = Vmax $\times$ $(0,75)^{0,355}$ = 0,9 Vmax(1) ;

— les conditions de la mesure ou des mesures ;

— un bonus à appliquer, d'autant plus grand que la vitesse du vrai était élevée, ou fonction du rapport poids/puissance du vrai, afin que les maquettes de chasseurs ne soient pas défavorisées.

Cela permettrait de réserver le bonus actuel au statique, et de définir un véritable bonus de vol, mettant en avant les qualités de pilotage de chacun ; en effet, il découle des calculs précédents qu'y a plus de mérite à maîtriser une maquette de chasseur 39/45 ne s'approchant qu'à 80 % de la vitesse du vrai, qu'une maquette de biplan de la 1re guerre mondiale ou d'avion de tourisme la respectant à 100 %.

Le pavé est lancé...

Conclusion

Une maquette réaliste ?

C'est parfaitement faisable, à condition d'accepter des corrections inévitables, dues au facteur de réduction du nombre de Reynolds et au mauvais rendement de nos petites hélices.

Cela nous entraîne à construire léger, mais cela ne se voit pas. Par contre, il est dur de tricher avec la vitesse de vol.

Longueurs	Surfaces	Vitesses Finesse	Poids et puissances	Puissance + hélice
E	$(E)^2$	$(E)^{0,5}$	$(E)^{3,22}$	$(E)^{3,22}/1,5$
2	4,000	1,414	9,318	6,212
2,5	6,250	1,581	19,11	12,74
3	9,000	1,732	34,38	22,92
3,5	12,25	1,870	56,48	37,65
4	16,00	2,000	86,82	57,88
4,5	20,25	2,121	126,9	84,58
5	25,00	2,236	178,1	118,7
5,5	30,25	2,345	242,1	161,4
6	36,00	2,449	320,4	213,6
6,5	42,25	2,549	414,6	276,4
7	49,00	2,645	526,3	350,9
7,5	56,25	2,738	657,2	438,1
8	64,00	2,828	809,0	539,3
8,5	72,25	2,915	983,4	655,6
9	81,00	3,000	1182	788,1
9,5	90,25	3,082	1407	937,9
10	100,0	3,162	1660	1106
10,5	110,2	3,240	1942	1295
11	121,0	3,316	2256	1504
11,5	132,2	3,391	2603	1735
12	144,0	3,464	2985	1990
12,5	156,2	3,535	3404	2270

***Exemple :** le Corsair F4 U était équipé d'un moteur de 2 000 cv et volait, au niveau du sol, à 500 km/h environ.*

Pour qu'un modèle 1/2 A au 1/12,5 vole à 500/3,535 = 141,4 km/h, il faudrait l'équiper d'un moteur de 2 000/2 270 = 0,88 cv, soit un 6,5 cm³ ou un 4 cm³ poussé ; on n'obtiendrait pas autre chose qu'un racer. Nul doute, qu'en remettant les gaz à fond à basse vitesse, on passerait sur le dos, comme sur le vrai !

Normalement, une telle maquette est équipée d'un 1,5 cm³ délivrant 0,13 cv environ ; à quelle vitesse vole-t-il ?

Rapport des puissances = 0,88/0,13 = 6,77.

Le mois prochain, nous verrons que le rapport des vitesses est 1,97 ; 141,4/1,97 = 72 km/h, ce qui est parfaitement réaliste.

Pour nous, modélistes et pilotes moyens, nos maquettes d'avions fortement motorisés continueront à voler trop lentement.

Mais nous avons maintenant une supériorité sur les autres modélistes : nous le savons et nous pouvons l'expliquer.

Il n'empêche que, un jour, j'aimerais bien être capable de piloter un Dewoitine 520 de 1,70 m au 1/6, équipé d'un moteur de 4 CV.

Je me sentirais alors aussi habile que les glorieux chasseurs qui défendaient notre ciel pendant que je prenais mon biberon.

P. R.

(1) **Le mois prochain**, nous verrons comment extrapoler un modèle en changeant sa taille, et l'influence de la puissance sur la vitesse.

Pierre Rousselot

LES EFFETS DE L'ECHELLE

Changer la taille d'un modèle donné

3e partie

Tous les calculs que nous avons faits précédemment sont beaucoup plus exacts si les variations d'échelle sont faibles, c'est-à-dire si l'on veut définir un modèle à partir d'un autre de taille plus grande ou plus petite, ou si l'on part de calculs effectués sur les modèles réduits eux-mêmes.

Par exemple, on peut traiter les problèmes suivants :

— La ligne du biplan REGENT me plait bien ; il est prévu pour 6,5 à 10 cm³, mais je possède un 6,5 Schnurle et j'aimerais qu'il soit largement motorisé ; quel coefficient de réduction adopter ?

— Je désire construire le PHAMTOM prévu pour un 6,5 cm³, mais je possède un 10 cm³ ; de combien dois-je l'agrandir ?

— Le CORSAIR de B. Taylor est un avion formidable mais je fais une collection de modèles RC au 1/10 ; comment dois-je le motoriser ?

Sur le terrain, j'ai pu constater les qualités de vol du BIZUTH ; je désirerais le transformer en porteur, doté d'une cabine pour un aspect plus maquette et d'un 10 cm³ ; quelles dimensions vais-je obtenir ?

Réponses

— **Le Régent** : son poids prévu est de 3,6 kg, ce qui n'est pas très lourd ; s'il existait, un 8,5 cm³ Schnurle serait bien suffisant. En supposant que le rapport de puissance soit égal au rapport des cylindrées, il faut diviser les puissances par 8,5/6,5, soit 1,307. Nous trouvons l'échelle E par la relation des puissances : $(E)^{3,22} = 1,307$.
Sur la courbe ou le tableau, ou à l'aide d'une calculette scientifique, nous trouvons : E = 1,09.
L'envergure fera donc 1,51/1,09 = 1,385 m, et le poids 3,6/1,307 = 2,75 kg.

— **Le Phantom** : là, il faut augmenter les dimensions pour que le rapport des cylindrées, si les moteurs sont de technologies semblables, donne 10/6,5 = 1,538. On doit avoir $(E)^{3,22} = 1,538$, et l'on trouve E = 1,143.
L'envergure sera donc de 1,33 × 1,143 = 1,52 m, et le poids devrait avoisiner 2,85 kg × 1,538 = 4,4 kg.

Remarque : attention, si les moteurs sont de technologie ou de marques différentes, il faut raisonner sur les puissances obtenues à des régimes usuels, 11 000 à 13 000 tours/minutes, en consultant les essais publiés, des moteurs utilisés.

— **Le Corsair** : l'échelle du plan de B. Taylor est le 1/8 ; pour arriver au 1/10, je dois diviser ses dimensions par 1,25.
L'envergure fera donc 1,56/1,25 = 1,25 m ; c'est normal, le vrai faisant 12,50 m.
La cylindrée (ou la puissance) doit être divisée par $(1,25)^{3,22} = 2,05$, ce qui donne 7,5 à 10 cm³/2,05 = 3,65 à 4,87, soit un 4 cm³ Schnurle.

Zut, je m'aperçois que mra en a déjà le plan, j'ai fait le calcul pour rien : voyons tout de même si les poids correspondent : Corsair Taylor 3,7 kg/2,05 = 1,80 kg ; MRA a prévu 1,75 kg ; ça concorde !

— **Le gros Bizuth** : le problème se complique, car je veux changer la forme de l'avion et augmenter le maître couple du fuselage ; il y a deux façons de résoudre le problème :
Solution A : enlever la roue avant et faire un bi-roue ; ajouter un capotage soigné, carénant le moteur, pour compenser l'augmentation de traînée du fuselage.
Solution B : estimer l'augmentation de traînée, donc de puissance, à, disons, 10 %.
D'autre part, je transforme un traîner en porteur, ce qui nécessitera quelques chevaux supplémentaires : nous prendrons donc 10 % de sécurité, dans les deux cas.
Le 4 cm³ équipant le Bizuth délivre 0,4 cv à 11 500 t/min., et le Webra 61 LC que j'envisage donne 1,27 cv au même régime, soit 1,27/0,4 = 3,17 fois plus.
Solution A : $(E)^{3,22} = 3,17/1,1 = 2,88$.
Ce qui donne E = 1,39.
Donc l'envergure sera égale à 1,49 × 1,39 = 2,07 m, et le poids fera 1,9 kg × 2,88 = 5,5 kg.
On peut calculer la charge alaire de deux façons :

$$\frac{\text{Nouveau poids}}{\text{Nouvelle surface}} = \frac{5\,500 \text{ g}}{34 \text{ dm}^2 \times 1,39 \times 1,39} = 84 \text{ g/dm}^2$$

(Ancienne charge alaire) × $(1,39)^{1,22}$ = 55,88 × 1,494 = 83,51.

Solution B : $(E)^{3,22} = \dfrac{3,17}{1,1 \times 1,1} = 2,62$.

Ce qui donne : E = 1,35.
Soit envergure = 2,01 m et poids = 5 kg.
La finesse de ce gros Bizuth sera $(1,35)^{0,5}$ = 1,16 fois meilleure que l'original. Il atterrira 1,16 fois plus vite.

Le Régent, biplan de détente : 1,51 m ; 3,6 kg ; 6,5 à 10 cm³.

Le Phantom en semi-maquette : 1,31 m ; 37 dm² ; 2,85 kg ; 6,5 cm³.

Le Corsair au 1/8 : 1,56 m ; 44 dm² ; 3,7 kg ; 7,5 à 10 cm³.

Le Bizuth, avion école : 1,49 m ; 34 dm² ; 1,9 kg ; 4 cm³.

Remarque : dans nos modèles, la technique de construction est sensiblement la même, et les poids de la radio et du moteur ne suivent pas la formule $(E)^{3,22}$.
Les poids calculés donnent des modèles ayant des qualités de vol semblables ; en fait, en agrandissant, il sera facile de faire plus léger alors que, en réduisant, il faudra faire attention pour ne pas faire un pavé.

Long.	Surf.	Vit.-Fin.	Puis.Pds
E	$(E)^2$	$(E)^{0,5}$	$(E)^{3,22}$
1,02	1,040	1,010	1,066
1,04	1,082	1,020	1,135
1,06	1,124	1,030	1,206
1,08	1,166	1,039	1,281
1,10	1,210	1,049	1,359
1,12	1,254	1,058	1,440
1,14	1,300	1,068	1,525
1,16	1,346	1,077	1,613
1,18	1,392	1,086	1,704
1,20	1,440	1,095	1,799
1,22	1,488	1,105	1,897
1,24	1,538	1,114	1,999
1,26	1,588	1,122	2,105
1,28	1,638	1,131	2,214
1,30	1,690	1,140	2,328
1,32	1,742	1,149	2,445
1,34	1,796	1,158	2,566
1,36	1,850	1,166	2,692
1,38	1,904	1,175	2,821
1,40	1,960	1,183	2,955
1,42	2,016	1,192	3,093
1,44	2,074	1,200	3,236
1,46	2,132	1,208	3,382
1,48	2,190	1,217	3,534
1,50	2,250	1,225	3,690

Long.	Surf.	Vit.-Fin.	Puis.Pds
E	$(E)^2$	$(E)^{0,5}$	$(E)^{3,22}$
1,52	2,310	1,233	3,851
1,54	2,372	1,241	4,016
1,56	2,434	1,249	4,187
1,58	2,496	1,257	4,362
1,60	2,560	1,265	4,542
1,62	2,624	1,273	4,728
1,64	2,690	1,281	4,918
1,66	2,756	1,288	5,114
1,68	2,822	1,296	5,315
1,70	2,890	1,304	5,521
1,72	2,958	1,311	5,733
1,74	3,028	1,319	5,951
1,76	3,098	1,327	6,174
1,78	3,168	1,334	6,403
1,80	3,240	1,342	6,637
1,82	3,312	1,349	6,877
1,84	3,386	1,356	7,124
1,86	3,460	1,364	7,376
1,88	3,534	1,371	7,635
1,90	3,610	1,378	7,899
1,92	3,686	1,386	8,170
1,94	3,764	1,393	8,447
1,96	3,842	1,400	8,731
1,98	3,920	1,407	9,021
2	4	1,414	9,318

Ce tableau, qui donne les rapports des longueurs, surfaces, vitesses, finesses, puissance et poids, permet, en partant de n'importe quel rapport, d'obtenir tous les autres ; comme il n'y a pas de corrections pour rendements d'hélice, il n'est valable que pour des motorisations semblables.

Cet abaque permet de calculer, suivant les cordes d'aile, la vitesse de décrochage en fonction de la charge alaire ; par exemple, pour 80 g/dm² et une corde de 10 cm, on lit 42 km/h, et 37,5 km/h pour une corde de 50 cm.
Avec une corde de 10 cm, il faut que la charge alaire soit égale à 61,5 g/dm² pour obtenir 37,5 km/h.

Vitesse de décrochage en fonction de la charge alaire et de la corde de l'aile

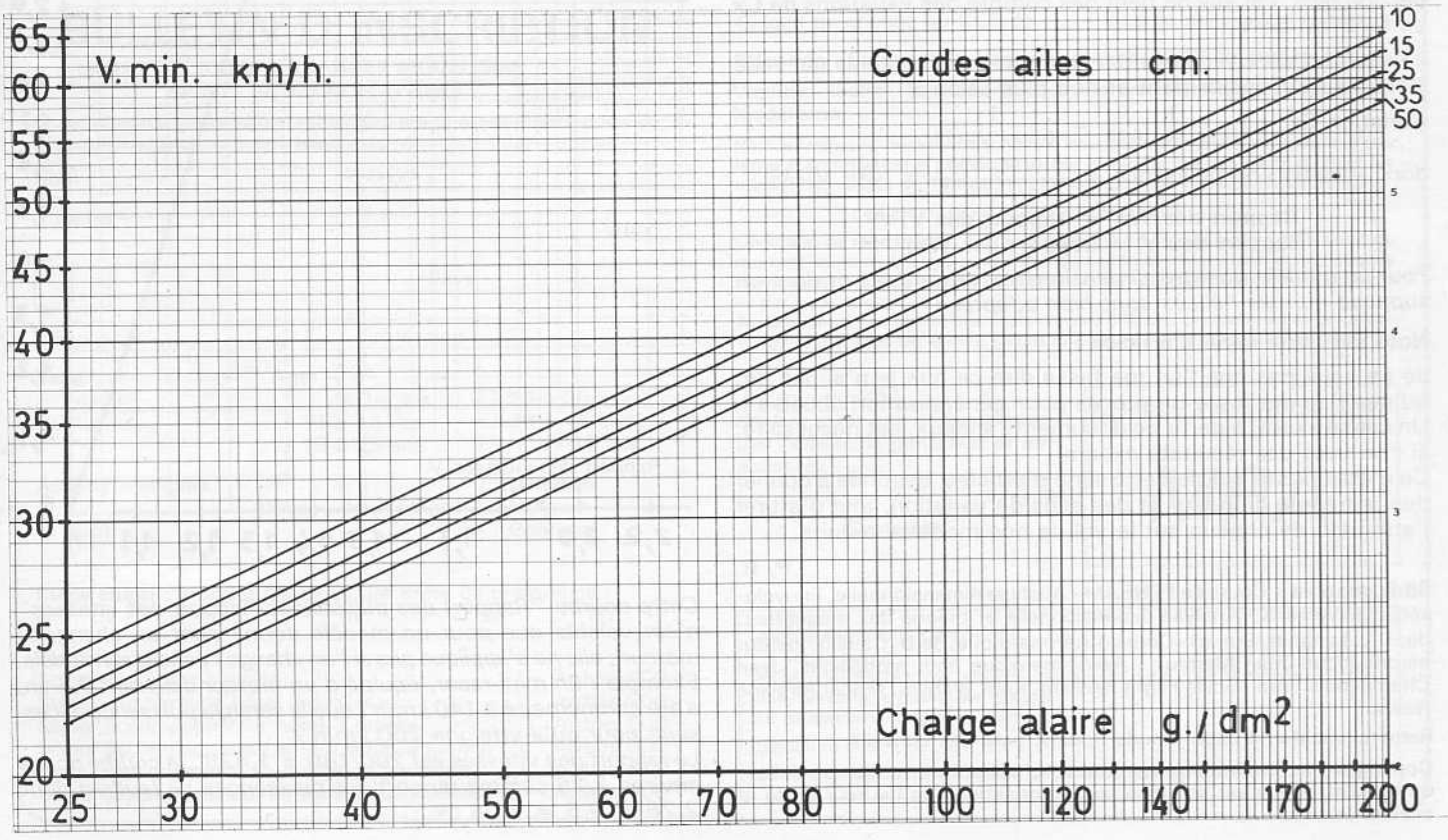
Ce titre peut surprendre ; en fait, puisque nous nous sommes intéressés aux corrections à faire sur les formules générales, du fait de la variation du nombre de Reynolds, il était tentant de tenir le raisonnement suivant :

— Re varie avec la corde de l'aile, donc le Cz maxi de l'aile varie également.

— Re varie avec la vitesse de vol, donc le Cz maxi de l'aile varie également.

— Si nous exprimons Cz en fonction de Re, on doit pouvoir calculer la vitesse en fonction de la charge alaire et de la corde.

Attention : comme il n'était pas possible de faire les calculs pour tous les profils, j'ai adopté une valeur moyenne pour le coefficient de portance, qui est de 1,4 à 1 000 000 de Reynolds. Cette valeur est acceptable pour des profils "moyens", de 10 à 18 % d'épaisseur relative, pas trop cambrés c'est-à-dire non creux ; elle conduit à, suivant la formule de variation que nous avons vue le mois dernier :
Cz = 1,61 pour Re = 3 000 000.
Cz = 1,4 pour Re = 1 000 000.
Cz = 1,26 pour Re = 500 000.
Cz = 1 pour Re = 100 000.
On peut estimer la fourchette, comme on dit, à ± 8 %, ce qui donne, en résultat final, les vitesses avec une approximation de ± 4 %, qui sont bien suffisants pour nous, car pour un avion chargé à 100 g/dm² et ayant une corde d'aile de 30 cm, on obtient une vitesse de décrochage égale à 43,26 ± 1,74 km/h.



Etablissement de la formule donnant la vitesse de vol minima en fonction de la corde d'aile et de la charge alaire.

Calcul du Cz en fonction de Re :
Nous avons déjà vu : Var. Cz = $(\text{Var. Re})^{0,14}$.
Adoptons la valeur suivante : Cz = 1,4 pour Re : 1 000 000.

$$Cz = \frac{1,4}{(10^6/Re)^{0,14}} = \frac{1,4}{6,92} \times (Re)^{0,14} = 0,2 \times (Re)^{0,14}$$

En unités normalisées : $V^2 = 16\,\frac{P}{S} \times \frac{1}{Cz}$ et $Re = 70\,000 \times V \times L$

$$\text{Donc } V^2 = 16\ P/S \times \frac{1}{0,2 \times (70\,000 \times V \times L)^{0,14}}$$

$$= 16\ P/S \times \frac{1}{0,2 \times 4,77 \times V^{0,14} \times L^{0,14}}$$

$$(V)^{2,14} = P/S \times \frac{16,77}{(L)^{0,14}} \quad \text{d'où } V = \frac{(P/S)^{0,47} \times 3,76}{(L)^{0,066}}$$

$$\mathbf{V = 13,54\ (P/S)^{0,47}/(L)^{0,066}\ \text{en km/h}}$$

P/S est en kg/m² et L en mètres.

Puissance nécessaire au vol en fonction de la vitesse

Cette puissance s'exprime de la façon suivante :

$$Wn = \frac{1}{2}\,\rho\ SCxV^3$$

Si nous recalculons le facteur d'échelle, sachant que 1/2 ρ est constant, nous savons que S varie suivant $(E)^2$, Cx suivant $1/(E)^{0,27}$ et V suivant $(E)^{0,5}$, nous retrouvons bien $(E)^{2-0,27+0,5+0,5+0,5} = (E)^{3,23}$ ou $(E)^{3,22}$ en simplifié.

Mais si nous voulons calculer la puissance consommée par un même modèle à des vitesses différentes, nous ne pouvons utiliser ce facteur d'échelle car, alors, les dimensions ne varient pas.

La formule générale ci-dessus, donnant Wn, n'est pas utilisable non plus, car elle ne tient pas compte des variations de Cx en fonction de V.

Il nous faut donc repasser par le nombre de Reynolds qui varie alors selon V uniquement et non plus selon V × L.

$$\text{Variation Cx} = \frac{1}{(\text{var. Re})^{0,18}} = \frac{1}{(\text{var. V})^{0,18}}$$

$$\text{donc variation de puissance} = \frac{(\text{var. V})^3}{(\text{var. V})^{0,18}} = (\text{var. V})^{2,82}$$

Rapport des Wn = (rapport des V)^{2,82}
Rapport des V = (rapport des Wn)^{0,355}

Pour un modèle dont les dimensions ne varient pas et dont on suppose que les hélices sont bien adaptées.

Note sur cette série d'articles :

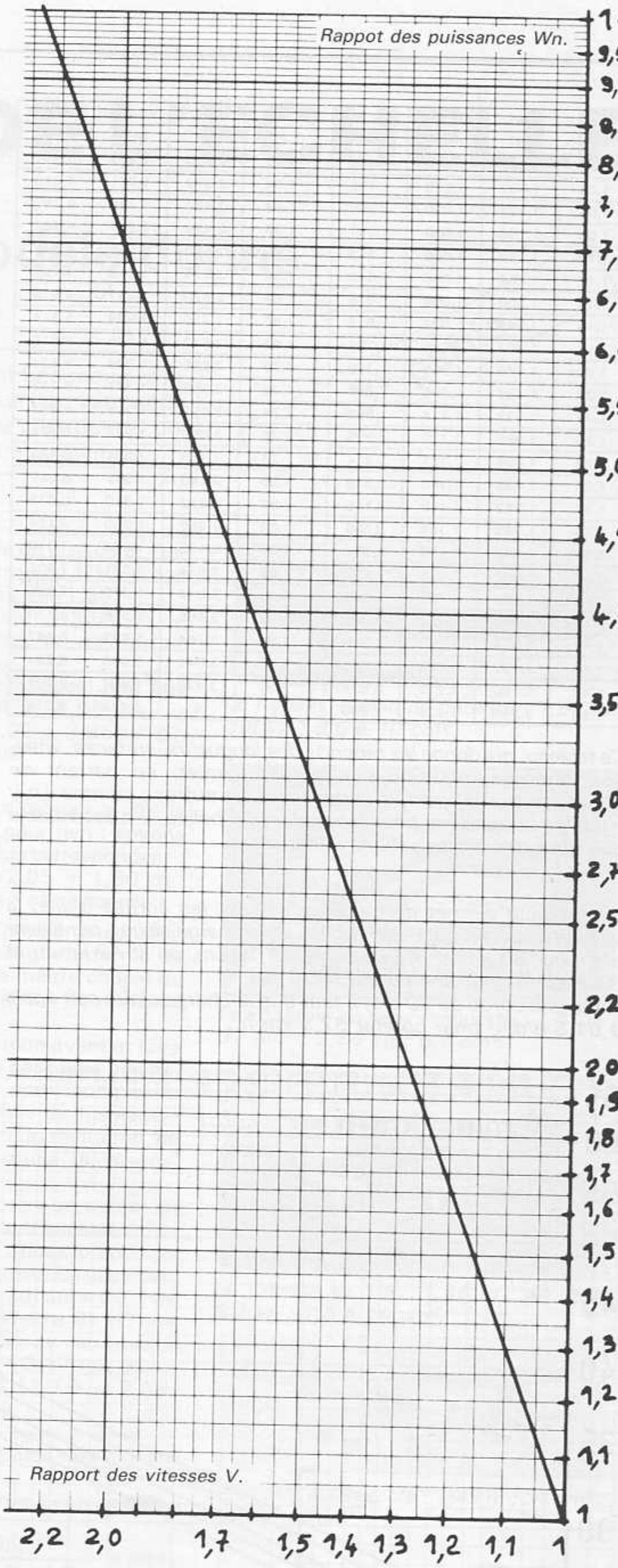
Je ne veux pas que l'on me fasse dire ce que je n'ai pas dit, ou que l'on me fasse un procès pour généralisation abusive ! Un calcul exact, à partir de documents sérieux, est nécessaire, si l'on veut des résultats exacts.

Ce n'était pas le but de cette série d'articles, destinée à donner des ordres de grandeur et des sens de variation, afin d'attirer l'attention de chacun sur le vol de nos modèles réduits.

P. R.

Bibliographie : Cours de l'ENSAM - Analyse dimensionnelle, Encyclopédia Universalis - Analyse dimensionnelle et théorie des maquettes, de H.-L. Langhar, Dunod - Cours d'Aéronautique, de D. Cauvin, Institut aéronautique Jean Mermoz - Aérodynamique pour modélistes, Jean Champenois, mra - Scale Flight Realism, Kent Walters, Model Airplane News.

Remerciements : à Jean-Claude Rouais, pour ses conseils.



Cette courbe "Rapport des puissances/Rapport des vitesses" n'est valable que pour un modèle donné dont on change le moteur ; elle ne s'applique pas si l'on change l'échelle du modèle.
***Exemple** : un mini-racer, équipé d'un moteur délivrant 0,5 ch, a été chronométré à 140 km/h ; quelle serait la puissance nécessaire pour qu'il atteigne 200 km/h ?*
Le rapport des vitesses est 200/140 = 1,428 ; la courbe donne environ 2,76 comme rapport des puissances ; il faudrait donc 2,76 × 0,5 = 1,38 cv.