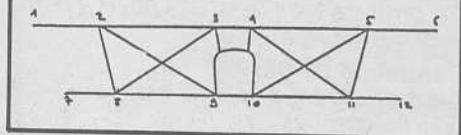


# Construction des petits gros et résistance des matériaux

G. Chapillon

16-3-2 - Cas d'ailes en 1 pièce  
16-3-2-1 - Schéma

Fig. 100



### 16-3-2-2 - Généralités

Ceci constitue une poutre treillis dont les membrures hautes et basses sont les longerons d'ailes.

Comme nous avons continuité aux points 3-4 et 9-10 le système travaille légèrement différemment. Ce cas de figure nous amène en vol droit aux sollicitations suivantes :

Barres 1-2 flexion

Barres 5-6 flexion

Barres 7-8 flexion

Barres 11-12 flexion

Barres 2-3 flexion plus flambement

Barres 4-5 flexion plus flambement

Barres 8-9 flexion plus traction

Barres 10-11 flexion plus traction

Barres 3-4,

Barres 9-10 : on les oublie du fait de leurs longueurs très courtes et aussi parce qu'elles sont de mêmes caractéristiques que les barres 2-3, 4-5, 8-9, 10-11.

Barres 2-9 tendue

Barres 5-10 tendue

Barres 3-8

Barres 4-11 comprimées : on les oublie si elles sont en câbles.

Pour le calcul, nous considérerons que la totalité de la charge est reprise par

## 13<sup>e</sup> partie

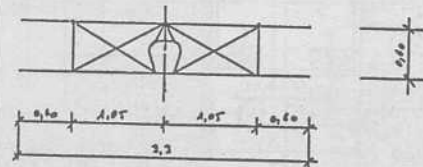
une seule aile. Ceci est aérodynamiquement faux, je le sais, mais n'a aucune importance dans notre cas. Nous calculerons les moments de flexion due à cette charge et en le divisant par l'entraxe des longerons, nous obtiendrons la valeur des efforts de compression et de traction dans les longerons. Le longeron de l'aile supérieure est comprimé en vol droit et tendu en vol dos. C'est bien entendu l'inverse pour le longeron de l'aile inférieure.

### 16-3-2-3 - Exemple

Reprendre les paragraphes 15-6 à 15-7 du chapitre 15. Cette application faisait référence à un appareil monoplan. Supposons maintenant que cet exemple s'applique à une cellule biplane dont les deux ailes soient de même corde et de même envergure avec bien sûr le même profil. Première supposition, le cas de charge de la figure 93 représente la somme des charges maximum des deux ailes.

Considérons la figure suivante :

Fig. 101



Les valeurs de sollicitations (moments et efforts tranchants) calculées aux paragraphes 15-6-1-1 à 15-6-8 sont strictement identiques. De même, le diagramme des sollicitations (paragraphe 15-6-9) est le même.

Ces deux remarques s'appliquent bien sûr à la poutre que constitue les deux ailes, les haubans, et les montants d'autres plans. Il nous faut donc maintenant examiner deux choses, à savoir :

**16-3-2-3-1** - Les sollicitations exactes sur chaque plan dues à la flexion c'est-à-dire les moments et efforts tranchants sollicitant chaque travée ou chaque appui.

**16-3-2-3-2** - Les sollicitations axiales dans les longerons dues à la flexion d'ensemble de la poutre constituée par les ailes, les haubans et les montants.

### 16-3-3 - Calculs

**16-3-3-1** - Sollicitations sur chaque plan  
Supposons la répartition de portance suivante (valeurs sans engagement de ma part, je ne suis hélas par aérodynamicien)

60 % par l'aile haute - soit 0,6

40 % par l'aile inférieure - soit 0,4

Reprenons le tableau 15-7 et multiplions les valeurs calculées par les coefficients ci-dessus :

Sollicitation	Valeur brute	Aile haute (0,6)	Aile basse (0,4)
Mt 1	5,41 mkg	3,25 mkg	2,16 mkg
Mt 2	- 1,27 mkg	- 0,76 mkg	0,51 mkg
Mt 1-2	1,06 mkg	0,64 mkg	0,42 mkg
ET 1	37,77 kg	22,66 kg	15,11 kg
ET 2	23,68 kg	14,21 kg	9,47 kg

### 16-3-3-2 - Sollicitations axiales dans les longerons

Elles sont dues à la flexion mais surtout au fait du travail d'ensemble de la poutre composite.

Comme pour le longeron d'une aile simple (voir chapitre 10) un des longerons va être comprimé et l'autre tendu. De même, pour connaître la valeur de ces efforts il est nécessaire et suffisant de diviser le moment d'ensemble (valeur brute du tableau) par l'entraxe des longerons des deux ailes.

Effectuons ce calcul pour les points caractéristiques du tableau ci-dessus.

Points de références	Valeur brute	Entraxe longeron	Valeur effort axial
Mt 1	5,41 mkg	0,6 mètre	± 9,02 kg
Mt 2	- 1,27 mkg	0,6 mètre	± 2,12 kg
Mt 1-2	1,06 mkg	0,6 mètre	± 1,77 kg

Comme vous le constatez, les efforts sont faibles. Néanmoins, il ne faut surtout pas les négliger. On considérera donc le cas maximum et bien sûr en compression flambement.

### 16-3-3-3 - Longueur de flambement des longerons

Deux axes sont bien sûr à considérer soit :

Dans le plan de la corde de l'aile (plan horizontal)

Dans le plan des haubans (plan vertical)

Examinons les deux cas :

#### 16-3-3-3-1 - Plan horizontal

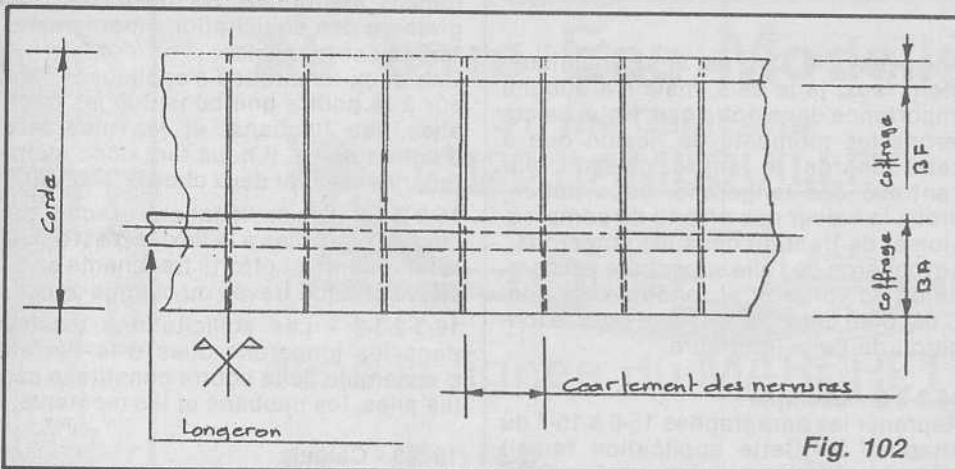


Fig. 102

Dans ce plan, la poutre est constituée par :

- le bord d'attaque coffré ou non
- le bord de fuite

- les montants que sont les nervures  
Elle présente une rigidité très importante, les déformations possibles sont donc très faibles. De ce fait le déplacement relatif de deux nervures est quasiment nul. On peut donc admettre que celles-ci jouent le rôle de barres de contre-flambement (voir chapitre 11 paragraphe 11-4). La longueur  $l_0$  sera donc égale à l'entraxe des nervures. Comment considérer la longueur de flambement  $l_f$  par rapport à la longueur  $l_0$  (longueur réelle de la barre).

Reportons-nous au chapitre 11 figure 76/1 à 76/4. Nous savons de façon sûre les éléments suivants :

- notre longeron est continu
- les déplacements relatifs des nervures dans le plan horizontal sont négligeables ou presque.

Dans ce cas, deux solutions sont possibles :

- le calcul a été figolé dans tous ces aspects et on peut prendre le risque d'aller à la limite on optera donc pour le cas 76/2 avec  $l_f = 0,5 l_0$ .

- le calcul a été fait grossièrement où l'appareil que l'on réalise pose des problèmes particuliers dont on est pas sûr. En résumé, le concepteur maîtrise mal le problème qui lui est soumis. Dans ce cas, on optera pour la figure 76/1 avec  $l_f = l_0$ .

#### 16-3-3-3-2 - Plan vertical

Là aucune hésitation possible, la longueur  $l_0$  correspond à la distance comprise entre deux points d'attache (points 2 et 3 de la figure 100 par exemple).

Deux possibilités là aussi, si l'aile est en deux parties nous prendrons  $l_f = l_0$ . Par contre, dans le cas d'une aile en une seule pièce, la valeur  $l_f = 0,7 l_0$  peut être admise.

### 16-4 - Calcul pratique

#### 16-4-1 - Aile supérieure en une pièce d'un biplan

Considérons l'aile haute dont nous avons calculé les sollicitations au paragraphes 16-3-3-1 et 16-3-3-2.

Rappel des valeurs calculées

Mt 1 = 3,25 mkg - ET 1 = 22,66 kg

Mt 2 = 0,76 mkg - ET 2 = 14,21 kg

Mt 1-2 = 0,64 mkg

### 16-4-3 - Caractéristiques de la section

$$IX = (4 \times 1 \times 0,3)/12 = 0,01 \text{ Pièce N}^\circ$$

$$(2 \times 0,02 \times 3)/12 = 0,09 \text{ Pièce N}^\circ$$

$$(2 \times 3 \times 0,02)/12 = 0,00 \text{ Pièce N}^\circ$$

$$(2 \times 0,02 \times 3 \times 1,48) = 0,26 \text{ Pièce N}^\circ$$

$$2 \times 1 \times 0,3 \times 1,38 = 1,14$$

$$1,5 \text{ cm}^4$$

$$IX/VX = 1,5/1,5 = 1,0 \text{ cm}^3$$

$$\text{section} = 3 \times 0,04 \times 2 = 0,24$$

$$2,9 \times 0,07 \times 2 = 0,23$$

$$1 \times 0,3 \times 4 = 1,20$$

$$1,67 \text{ cm}^2$$

$$= 167 \text{ mm}^2$$

$$ix = \frac{1,5}{167} = 0,95 \text{ cm}$$

l'axe YY étant moins sollicité nous ne calculerons pas ses caractéristiques

Vérification en compression flambement (dimension de l'aile suivant figure 101),

longueur de flambement XX =

$$105 \text{ cm} \times 0,7 = 73,5 \text{ cm}$$

élancement XX

$$73,5/0,95 = 77,55 \neq 78$$

Coefficient d'amplification de contraintes (chapitre 11)

$$K = \frac{1}{\frac{3100}{78} - 2} = 1,96$$

#### 16-4-4 - Contraintes de flambement " $\sigma_c$ "

Au droit de Mt 1,  $\sigma = 1,96 \cdot (9,02/167) = 0,106 \text{ kg/mm}^2$

Au droit de Mt 2,  $\sigma = 1,96 \cdot (2,12/167) = 0,025 \text{ kg/mm}^2$

Au droit de Mt 1-2,  $\sigma = 1,96 \cdot (1,77/167) = 0,021 \text{ kg/mm}^2$

#### Contrainte de flexion " $\sigma_f$ "

Au droit de Mt 1,  $\sigma = 3,25/1 =$

$$3,25 \text{ kg/mm}^2$$

Au droit de Mt 2,  $\sigma = 0,76/1 =$

$$0,76 \text{ kg/mm}^2$$

Au droit de Mt 1-2,  $\sigma = 0,64/1 =$

$$0,64 \text{ kg/mm}^2$$

#### Contrainte de cisaillement

Au droit de Mt 1,  $\sigma = 22,66/167 =$

$$0,136 \text{ kg/mm}^2$$

Au droit de Mt 2,  $\sigma = 14,21/167 =$

$$0,085 \text{ kg/mm}^2$$

#### 16-4-5 - $\Sigma$ des contraintes

Au droit de Mt 1,  $\sigma = 0,106 + 3,25 +$

$$0,136 = 3,492 \text{ kg/mm}^2 \neq 3,5$$

Au droit de Mt 2,  $\sigma = 0,025 + 0,76 +$

$$0,085 = 0,87 \text{ kg/mm}^2 < 3,5$$

Au droit de Mt 1-2,  $\sigma = 0,021 + 0,64 =$

$$0,085 \text{ kg/mm}^2 < 3,5$$

#### Compression axiale

Au droit de Mt 1 = ± 9,02 kg

Au droit de Mt 2 = ± 2,12 kg

Au droit de Mt 1-2 = ± 1,77 kg

#### 16-4-2 - Calcul au droit de Mt 1

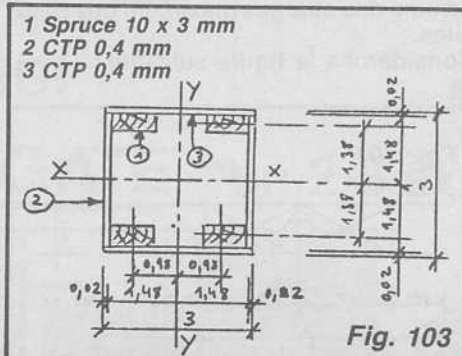


Fig. 103

**DOSSIER**

**TECHNIQUE**

**A SUIVRE...**



# DOSSIER TECHNIQUE :

## Construction des petits gros et résistance des matériaux G. Chapillon

### 14<sup>e</sup> partie

Ceci démontre bien l'absurdité qui consiste à avoir un longeron de section continue sur toute la longueur.

Les contraintes obtenues, ne font que confirmer les calculs précédents et les diagrammes que nous avons tracés (voir figure 95) on comprend parfaitement l'intérêt de faire évoluer les semelles donc les pièces repère (1) de la figure 103.

Dans quel sens les faire varier de section pour que ce soit à la fois simple et rationnel sur le plan constructif et le plan résistance ?

Le plus simple est une évolution dans le plan horizontal tel que nous l'avons fait pour l'aile contilever au "chapitre 10".

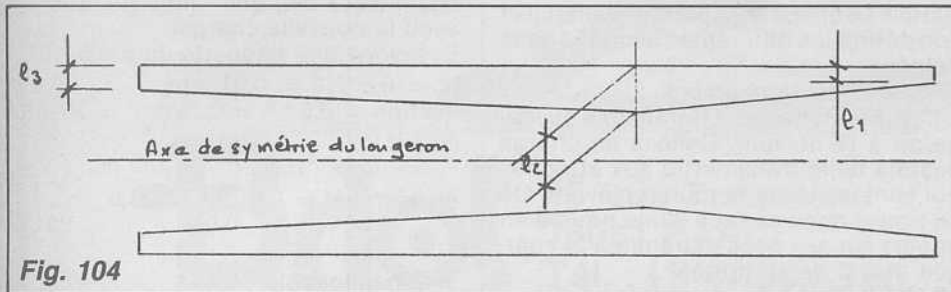


Fig. 104

On peut donc imaginer des semelles ayant la forme suivante le longeron étant vu de dessus.

Pour des raisons de facilité de construction, les semelles seront d'épaisseurs constantes. Ceci va d'ailleurs tout à fait dans le sens du rationnel du point de vue résistance des matériaux. Rappelez-vous le chapitre 6 où nous avons vu que l'inertie disponible d'une section composite dépendait en majeure partie de la valeur

$S \times \bar{D}^2$  ou "S" est la surface de la section considérée et "D" sa distance par rapport à l'axe du centre de gravité de la section composite.

#### 16-4-6 - Calcul au droit de Mt 2

Remplaçons les baguettes de  $10 \times 3$  par du  $5 \times 3$

Caractéristiques de la section

$$\begin{aligned}
 IX &= (4 \times 0,5 \times 0,3^3) / 12 = 0,22 \\
 &+ (2 \times 0,02 \times 3^3) / 12 = 0,09 \\
 &+ (2 \times 3 \times 0,02^3) / 12 = 0,00 \\
 &+ 2 \times 0,02 \times 3 \times 1,48^2 = 0,26 \\
 &+ 2 \times 0,5 \times 0,3 \times 1,38^2 = 0,57 \\
 &= 1,14 \text{ cm}^4 \\
 IX / VX &= 1,14 / 1,5 = 0,76 \text{ cm}^3 \\
 \text{section} &= 3 \times 0,04 \times 2 = 0,24 \\
 &+ 2,9 \times 0,04 \times 2 = 0,23 \\
 &+ 0,5 \times 0,3 \times 4 = 0,60 \\
 &= 1,07 \text{ cm}^2 \\
 &= 107 \text{ mm}^2
 \end{aligned}$$

$$ix = \frac{1,14}{1,07} = 1,032 \text{ cm}$$

$$\text{Élancement de la barre 1-2} = 73,5 / 1,032 = 71,2 \neq 72$$

Coefficient d'amplification de contrainte

$$K = \frac{1}{\frac{3100}{72}} = 1,636$$

Contrainte de flambement

$$\sigma = 1,636 \times (2,12 / 107) = 0,032 \text{ kg/mm}^2$$

Contrainte de flexion

$$\sigma = 0,76 / 0,76 = 1,0 \text{ kg/mm}^2$$

Contrainte de cisaillement

$$\sigma = 14,21 / 107 = 0,133 \text{ kg/mm}^2$$

$\Sigma$  des contraintes

$$0,032 + 1 + 0,133 = 1,165 \text{ kg/mm}^2 < 3,5$$

Nous sommes encore large, notre coefficient de sécurité est de  $3,5 / 1,165 = 3,0$  et n'oublions pas que tous ces calculs se font sous charge limite d'utilisation, donc au "facteur 10". Nous pouvons donc sans plus de vérification adopter des largeurs de semelles égales à pratiquement 0 en  $l_1$ , 11 mm en  $l_2$  et 5 mm en  $l_3$  (voir Fig. 104)

#### 16-4-7 - Remarque au sujet de la torsion

Au chapitre 10, nous avons fait intervenir le moment de torsion due au déplacement du centre de poussé du profil dans les divers cas de vol.

Dans le cas des ailes haubannées ou de biplan, le phénomène est moins gênant. En effet, la présence des haubans implique un maintien en torsion important. Le moment de torsion est, rappelez-vous, le produit de l'effort tranchant par la dis-

tance maximum possible entre l'axe du longeron et la position du centre de poussée.

Dans ce qui nous préoccupe actuellement, l'effort tranchant maximum est toujours situé au droit des attaches de haubans, des mats d'entre plans et du haubannage joignant ceux-ci au fuselage. Le problème est donc totalement différent. On se contentera donc de vérifier la valeur du moment à ces points bien précis.

Pour sa part, le longeron ne sera pas concerné ce qui permettra un allègement de celui-ci. On reprendra le moment directement par les haubans ou les mats d'entre plans que l'on contreventera par des câbles suivant le schéma ci-dessous.

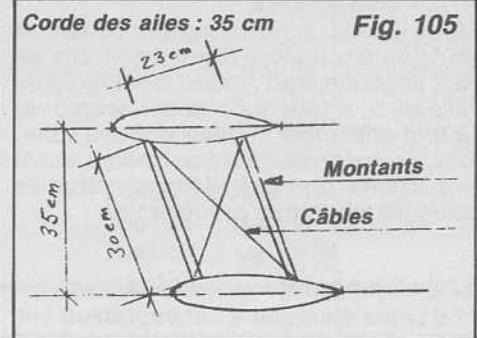


Fig. 105

#### 16-4-7-1 - Efforts dus à la torsion

Reprenons l'exemple précédent

Valeur brute de l'effort tranchant

$$ET 1 = 37,77 \text{ kg}$$

Bras de levier maximum = 0,04 mètre

(suivant caractéristique du profil) Mt

$$\text{de torsion} = 37,77 \times 0,04 = 1,39 \text{ mkg}$$

Effort dans les montants d'entre plans

$$1,39 / 0,23 = \pm 6,04 \text{ kg}$$

Ces 6,04 kg s'ajoutent aux 37,77 kg d'ou

une charge globale de  $37,77 + 6,04 =$

43,81 kg bien sûr en compression sur le

montant.

Les montants seront considérés articu-

lés à leur extrémités d'ou  $l_f = l_o =$

30 cm.

A l'aide des abaques du chapitre 13,

nous voyons qu'un tube de  $\varnothing 7$  mm est

suffisant. On habillera ce tube le plus

légèrement possible (balsa) pour lui don-

ner la forme adéquate.

Les câbles seront réalisés en acier,

câble de vol circulaire par exemple et

leurs attaches sur les mats seront fonc-

tionnelles et sérieuses, proscrire les sou-

dures à l'étain ou les collages même

époxy qui ne présentent pas les garan-

ties nécessaires de résistance.

#### 16-4-8 - Conclusion du chapitre

J'espère vous avoir fait comprendre la

très grande différence qui existe entre

une aile contilever et des ailes hauban-

nées et plus encore des ailes de biplans.

Vous voyez donc que construire ces dif-

férents types de voitures suivant les

